Задачи к лекции 8

1) Записать отображение подковы на множестве D_1.

2) Пусть $\Sigma^2 = \{0,1\}^{\mathbb{Z}}$ — пространство последовательностей из нулей и единиц. Доказать, что $\rho(x,y) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} 2^{-|n|}|x_n - y_n|$, $\rho'(x,y) = 2^{-\min\{|n|, x_n \neq y_n\}}$ являются метриками на этом пространстве, причём они эквивалентны, т. е. существуют константы C_1, C_2, такие что $\rho' \le C_1\rho$ и $\rho \le C_2\rho'$.

3) Отображение судьбы $\Phi\colon \Lambda \to \Sigma^2$ для подковы Смейла будет гомеоморфизмом.

4) Докажите, что гомоклинические точки, т. е. такие точки, что $f^n(x) \to (1/4, 1/4)$ при $n \to \infty$, образуют счётное всюду плотное множество в Λ.

5) Каковы координаты точки с судьбой ω?

6) Рассмотрим отображение f множества $B = \{|\zeta| = 1\} \times \{|z| \le 2\}$, задаваемое формулой $(\zeta, z) \mapsto (\zeta^2, \zeta + z/5)$. Отображение судьбы Φ задаётся разбиением $D_0 = \{\arg\zeta \in [0,\pi)\}$, $D_1 = \{\arg\zeta \in [\pi, 2\pi)\}$.

   а) Докажите, что Φ биективно отображает $S = \bigcap_{n=0}^{\infty} f^n(B)$ на $\widetilde{\Sigma}^2 \subset \Sigma^2$ и найдите $\widetilde{\Sigma}^2$.

   б) Докажите, что Φ не непрерывно.

   в) Покажите, что Φ^{-1} непрерывно отображает $\widetilde{\Sigma}^2$ на S.

Задачи к лекции 8

1) Записать отображение подковы на множестве D_1.

2) Пусть $\Sigma^2 = \{0,1\}^{\mathbb{Z}}$ — пространство последовательностей из нулей и единиц. Доказать, что $\rho(x,y) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} 2^{-|n|}|x_n - y_n|$, $\rho'(x,y) = 2^{-\min\{|n|, x_n \neq y_n\}}$ являются метриками на этом пространстве, причём они эквивалентны, т. е. существуют константы C_1, C_2, такие что $\rho' \le C_1\rho$ и $\rho \le C_2\rho'$.

3) Отображение судьбы $\Phi\colon \Lambda \to \Sigma^2$ для подковы Смейла будет гомеоморфизмом.

4) Докажите, что гомоклинические точки, т. е. такие точки, что $f^n(x) \to (1/4, 1/4)$ при $n \to \infty$, образуют счётное всюду плотное множество в Λ.

5) Каковы координаты точки с судьбой ω?

6) Рассмотрим отображение f множества $B = \{|\zeta| = 1\} \times \{|z| \le 2\}$, задаваемое формулой $(\zeta, z) \mapsto (\zeta^2, \zeta + z/5)$. Отображение судьбы Φ задаётся разбиением $D_0 = \{\arg\zeta \in [0,\pi)\}$, $D_1 = \{\arg\zeta \in [\pi, 2\pi)\}$.

   а) Докажите, что Φ биективно отображает $S = \bigcap_{n=0}^{\infty} f^n(B)$ на $\widetilde{\Sigma}^2 \subset \Sigma^2$ и найдите $\widetilde{\Sigma}^2$.

   б) Докажите, что Φ не непрерывно.

   в) Покажите, что Φ^{-1} непрерывно отображает $\widetilde{\Sigma}^2$ на S.

Задачи к лекции 8

1) Записать отображение подковы на множестве D_1.

2) Пусть $\Sigma^2 = \{0,1\}^{\mathbb{Z}}$ — пространство последовательностей из нулей и единиц. Доказать, что $\rho(x,y) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} 2^{-|n|}|x_n - y_n|$, $\rho'(x,y) = 2^{-\min\{|n|, x_n \neq y_n\}}$ являются метриками на этом пространстве, причём они эквивалентны, т. е. существуют константы C_1, C_2, такие что $\rho' \le C_1\rho$ и $\rho \le C_2\rho'$.

3) Отображение судьбы $\Phi\colon \Lambda \to \Sigma^2$ для подковы Смейла будет гомеоморфизмом.

4) Докажите, что гомоклинические точки, т. е. такие точки, что $f^n(x) \to (1/4, 1/4)$ при $n \to \infty$, образуют счётное всюду плотное множество в Λ.

5) Каковы координаты точки с судьбой ω?

6) Рассмотрим отображение f множества $B = \{|\zeta| = 1\} \times \{|z| \le 2\}$, задаваемое формулой $(\zeta, z) \mapsto (\zeta^2, \zeta + z/5)$. Отображение судьбы Φ задаётся разбиением $D_0 = \{\arg\zeta \in [0,\pi)\}$, $D_1 = \{\arg\zeta \in [\pi, 2\pi)\}$.

   а) Докажите, что Φ биективно отображает $S = \bigcap_{n=0}^{\infty} f^n(B)$ на $\widetilde{\Sigma}^2 \subset \Sigma^2$ и найдите $\widetilde{\Sigma}^2$.

   б) Докажите, что Φ не непрерывно.

   в) Покажите, что Φ^{-1} непрерывно отображает $\widetilde{\Sigma}^2$ на S.